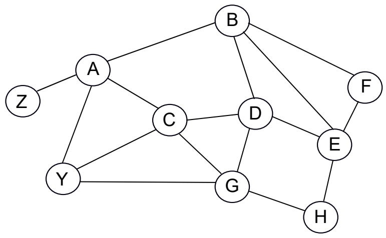
Université A/Mira de Béjaia
Département d'Informatique
2^e année Licence Académique (2016/2017).

Date : 18/06/2017

Examen de Théorie des Graphes
Durée 2h00

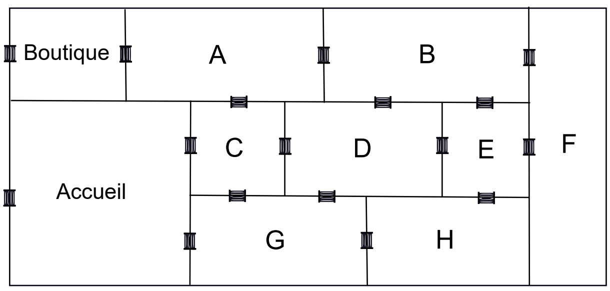
Exercice 1. (08 pts)

(A) On considère le graphe $G' = (X', U')$ suivant :



1. Le graphe G' est-il connexe ? Justifier.
2. Déterminer le degré de chaque sommet du graphe G'.
3. G' possède-t-il une chaîne Eulerienne ? Justifier.
4. Déterminer un encadrement du nombre chromatique $\gamma(G')$ du graphe G'.
5. Déterminer $\gamma(G')$.

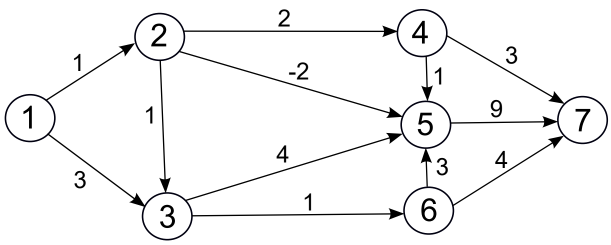
(B) Voici le plan d'un musée :



Les petits rectangles noirs matérialisent les portes. Les visiteurs partent de l'accueil, visitent le musée et doivent terminer la visite à la boutique.

1. Représenter la situation par un graphe.
2. Pourquoi est-il possible de trouver un parcours où les visiteurs passent une et une seule fois par toutes les portes ?
3. Donner un exemple d'un tel parcours.
4. Comment colorier les salles y compris l'accueil et la boutique, en utilisant un minimum de couleurs, pour que deux salles qui communiquent par une porte aient des couleurs différentes ?

Exercice 2. (09 pts) Soit le réseau $R = (X, U, d)$ suivant :



1. Donner la matrice d'adjacence du graphe $G = (X, U)$.
2. Le graphe G admet-il un circuit ? si non, donner sa mise à niveau.
3. Déterminer son noyau s'il existe.
4. En utilisant l'algorithme le mieux approprié (justifier votre choix), déterminer dans le réseau R un plus court chemin entre les sommets 1 et 7 du graphe.
5. Considérons le réseau R sans orientation des arcs. Déterminer un arbre couvrant de poids minimum du graphe obtenu.
6. Comparer les deux solutions obtenues en 4. et 5. Que peut-on conclure ?

Exercice 3. (03 pts) Montrer que si $G = (X \cup Y, U)$ est un graphe biparti k-régulier, alors $|X| = |Y|$.

$*$ *Afud igerrzen* $*$ *Bon courage* $*$